ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯЪ

«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ ИНСТИТУТ

Кафедра «Менеджмент организаций»

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

по дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика»

Выполнил:

ст.гр. ИМО-17-з Синяткин Р.Г.

Проверил:

Преподаватель Вовк Л.П.

Горловка – 2018 г.

СОДЕРЖАНИЕ

[1 Математическая статистика 2](#_Toc531716073)

[1.1 Задание №9 2](#_Toc531716074)

[1.2 Задание № 13 3](#_Toc531716075)

[1.3 Задание № 23 4](#_Toc531716076)

[1.4 Задание № 38 6](#_Toc531716077)

[1.5 Задание № 44 7](#_Toc531716078)

[2 Теория вероятностей и математическая статистика 8](#_Toc531716079)

[2.1 Задание № 529 8](#_Toc531716080)

[2.2 Задание № 533 9](#_Toc531716081)

[2.3 Задание № 543 11](#_Toc531716082)

[2.4 Задание № 558 12](#_Toc531716083)

[2.5 Задание № 574 13](#_Toc531716084)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ 14](#_Toc531716085)

1. Математическая статистика
   1. Задание №9

Найти методом произведений: а) выборочную среднюю, б) выборочную дисперсию, в) выборочное среднеквадратическое отклонение по данному статистическому распределению выборки (в первой строке указаны выборочные варианты , а во второй - соответственные частоты количественного признака X).

статистическоe распределение выборки

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 100 | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 |
|  | 4 | 6 | 10 | 40 | 20 | 12 | 8 |

Решение:

Составим расчетную таблицу 1.2; для этого:

1) запишем варианты в первый столбец;

2) запишем частоты во второй столбец; сумму частот (100) поместим в нижнюю клетку столбца;

3) в качестве ложного нуля С выберем варианту (130), которая имеет наибольшую частоту; в клетке третьего столбца, которая принадлежит строке, содержащей ложный нуль, пишем 0; над нулем последовательно записываем -1, -2, -3 а под нулем 1,2,3;

4) произведения частот на условные варианты запишем в четвертый столбец; отдельно находим сумму отрицательных чисел (-34) и отдельно сумму положительных чисел (68); сложив эти числа, их сумму (34) помещаем в нижнюю клетку четвертого столбца;

5) произведения частот на квадраты условных вариант, т.е.

запишем в пятый столбец; сумму чисел столбца (210) помещаем в нижнюю клетку пятого столбца;

6) произведения частот на квадраты условных вариант, увеличенных на единицу, то есть , запишем в шестой контрольный столбец; сумму чисел столбца (378) помещаем в нижнюю клетку шестого столбца.

В итоге получим расчетную таблицу 1.2.

Для контроля вычислений пользуются тождеством:

Контроль:

Совпадение контрольных сумм свидетельствует о правильности вычислений.

Вычислим условные моменты первого и второго порядков:

;

;

Найдем шаг:

Вычислим искомые выборочные среднюю и дисперсию, учитывая, что ложный нуль С=130:

расчетная таблица

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|  |  |  |  |  |  |
| 100 | 4 | -3 | -12 | 36 | 16 |
| 110 | 6 | -2 | -12 | 24 | 6 |
| 120 | 10 | -1 | -10 | 10 | - |
| 130 | 40 | 0 | - | - | 40 |
| 140 | 20 | 1 | 20 | 20 | 80 |
| 150 | 12 | 2 | 24 | 48 | 108 |
| 160 | 8 | 3 | 24 | 72 | 128 |
|  | n=100 |  |  |  |  |

* 1. Задание № 13

Найти доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения с надёжностью 0.95, зная выборочную среднюю , объем выборки и среднее квадратическое отклонение .

Решение:

Требуется найти доверительный интервал по формуле:

Здесь все величины, кроме , известны. Найдем . Из соотношения получим . По таблице находим . Подставив значения в формулу, окончательно получим искомый доверительный интервал.

*.*

* 1. Задание № 23

Найти выборочное уравнение прямой

регрессии Y на X по данной корреляционной таблице.

Заданная корреляционная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |  |
| 15 | 4 | 1 | - | - | - | - | 5 |
| 25 | - | 6 | 4 | - | - | - | 10 |
| 35 | - | - | 2 | 50 | 2 | - | 54 |
| 45 | - | - | 1 | 9 | 7 | - | 17 |
| 55 | - | - | - | 4 | 3 | 7 | 14 |
|  | 4 | 7 | 7 | 63 | 12 | 7 | n=100 |

Решение:

Составим корреляционную таблицу 1.4 в условных вариантах, выбрав в качестве ложных нулей и .

Найдем :

Корреляционная таблица в условных вариантах

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |  |
| -2 | 4 | 1 | - | - | - | - | 5 |
| -1 | - | 6 | 4 | - | - | - | 10 |
| 0 | - | - | 2 | 50 | 2 | - | 54 |
| 1 | - | - | 1 | 9 | 7 | - | 17 |
| 2 | - | - | - | 4 | 3 | 7 | 14 |
|  | 4 | 7 | 7 | 63 | 12 | 7 | n=100 |

Найдем вспомогательные величины и :

Найдем и :

;

Найдем , для чего составим расчетную таблицу 1.5.

Суммируя числа последнего столбца таблицы 1.5, находим:

Расчетная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -2 | | | -1 | | | 0 | | | 1 | | | | 2 | | | 3 | | |  |  |
| -2 |  | -8 | |  | -1 | | - | | | - | | | | - | | | - | | | -9 | 18 |
|  | 4 |  |  | 1 |  |
| -8 | |  | -2 | |  |
| -1 | - | | |  | -6 | |  | 0 | | - | | | | - | | | - | | | -6 | 6 |
|  | 6 |  |  | 4 |  |
| -6 | |  | -4 | |  |
| 0 | - | | | - | | |  | 0 | |  | 50 | | |  | 4 | | - | | | 54 | 0 |
|  | 2 |  |  | 50 | |  |  | 2 |  |
| 0 |  |  | 0 |  | |  | 0 |  |  |
| 1 | - | | | - | | |  | 0 | |  | 9 | | |  | 14 | | - | | | 23 | 23 |
|  | 1 |  |  | 9 | |  |  | 7 |  |
| 1 |  |  | 9 |  | |  | 7 |  |  |
| 2 | - | | | - | | | - | | |  | 4 | | |  | 6 | |  | 21 | | 31 | 62 |
|  | 4 | |  |  | 3 |  |  | 7 |  |
| 8 |  |  | | 6 |  |  | 14 |  |  |
|  | -8 | | | -8 | | | 3 | | | 17 | | | | 13 | | | 14 | | |  |  |
|  | 16 | | | 8 | | | 0 | | | 17 | | | | 26 | | | 42 | | |  |  |

Найдем искомый выборочный коэффициент корреляции:

;

Найдем шаги h1 и h2:

Найдем и , учитывая, что :

;

;

Найдем :

Подставив найденные величины в соотношение, получим искомое уравнение прямой линии регрессии Y на X:

или окончательно:

* 1. Задание № 38

Заданы выборочные средние и найденные по выборкам объемов n=60 и m=50, извлеченных из нормальней генеральных совокупностей X и Y с известными дисперсиями D(X) и D(Y). Требуется при уровне значимости =0,05 проверить нулевую гипотезу :M(X)=M(Y) при конкурирующей гипотезе : M(X) M(Y), т.е. требуется установить, значимо или не значимо различаются выборочные средние.

Решение.

Объемы выборок большие (m>30), дисперсии генеральные известны, совокупности распределены нормально. Для проверки нулевой гипотезы используем критерий Z, имеющий нормальное распределение.

Найдем наблюдаемое значение критерия:

=

По условию задания конкурирующая гипотеза имеет вид:

: M(X) M(Y).

Поэтому критическая область - двусторонняя.

Найдем правую критическую точку из равенства:

.

По таблице функции Лапласа находим критическое значение критерия:

.

Так как - то, в соответствии с правилом, нулевую гипотезу отвергаем. Другими словами, выборочные средние различаются значимо.

* 1. Задание № 44

Требуется при уровне значимости =0,05 проверить по критерию согласия Пирсона гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические частоты и теоритические частоты .

Исходные данные по частотам.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 5 | 11 | 22 | 25 | 21 | 11 | 5 |
|  | 5 | 13 | 17 | 25 | 21 | 12 | 7 |

Решение.

Найдем наблюдаемое значение критерия Пирсона:

Составим расчетную таблицу 1.7.

Из таблицы 1.7 находим наблюдаемое значение критерия:

Расчетная таблица.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i |  |  |  |  |  |
| 1  2  3  4  5  6  7 | 5  11  22  25  21  11  5 | 5  13  17  25  21  12  7 | -  -2  5  -  -  -1  -2 | -  4  25  -  -  1  4 | -   |  | | --- | | 0.307 | | 1.470 | | - | | - | | 0.083 | | 0.571 | |
|  | n = 100 |  |  |  |  |

По таблице критических точек распределения по уровню значимости 0,05 и числу степеней свободы k = S - 3 = 7 - 3 = 4 находим критическую точку правосторонней критической области:

.

Так как - нет оснований отвергнуть гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности. Другими словами, расхождения между эмпирическими и теоретическими частотами незначимо (случайно).

1. Теория вероятностей и математическая статистика
   1. Задание № 529

На трёх станках при одинаковых и независимых условиях изготовляются детали одного наименования. На первом станке изготовляют 10%, на втором - 30% - на третьем - 60% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной Равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 - если на втором станке, и 0,9 - если на третьем станке. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь окажется бездефектной.

Решение.

Обозначим событие A состоящее в том, что взятая деталь будет бездефектной. - гипотезы, что деталь изготовлена на 1-м, 2-м, 3-м станке. Вероятности указанных гипотез составляют:

.

Из условия задачи следует, что

Найдем вероятность того, что наугад взятая деталь окажется бездефектной по формуле полной вероятности:

* 1. Задание № 533

Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: , причем . Известны вероятность возможного значения , математическое ожидание М(Х) и дисперсия D(Х).

Найти закон распределения этой случайной величины.

P1 = 0,5;

M(X) = 3,5;

D(X) = 0,25.

Решение.

Так как сумма вероятностей всех возможных значений дискретной случайной величины равна единице, то вероятность того, что Х примет значение , равна 1- 0,5 = 0,5.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| X |  | . |
| P | 0,5 | 0,5 |

Для отыскания надо составить два уравнения, связывающие эти числа. С этой целью выразим известные математическое ожидание и дисперсию через

Найдем :

По условию = 3,5, следовательно,

Одно уравнение, связывающее , получено. Для того чтобы получить второе уравнение, выразим известную дисперсию через

Напишем закон распределения :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| P | 0,5 | 0,5 |

Найдем

Найдем дисперсию:

Подставив сюда = 0,25, После элементарных преобразований получим:

*.*

Таким образом, получим систему уравнений:

Решив эту систему, найдем два решения:

По условию , поэтому задаче удовлетворяет решение:

Учитывая это, получим искомый закон распределения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Х | 3 | 4 |
| Р | 0,5 | 0,5 |

* 1. Задание № 543

Случайная величина Х задана функцией распределения.

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

Решение.

Найдем дифференциальную функцию

Найдем математическое ожидание:

Найдем искомую дисперсию, учитывая, что М(х) = 0

* 1. Задание № 558

Известны математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины Х. Найти вероятность попадания этой величины в заданный интервал.

Решение.

*.*

.

По таблице находим .

Искомая вероятность:

* 1. Задание № 574

Найти доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения с надежностью 0,95, зная выборочную среднюю , объем выборки n и среднее квадратическое отклонение .

Решение.

Воспользуемся следующей формулой для поиска доверительного интервала:

Здесь все величины, кроме , известны. Найдем .

Из соотношения 2Ф() = 0,95 получим Ф() = 0,475. По таблице находим =1,96. Подставив = 1,96, в формулу, окончательно получи искомый интервал.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Методические указания по математической статистике/ Королев Е.А, Вовк Л.П., Корсунь Р.Н. - 1998. -38 с.

2. Методические указания и задания к самостоятельной работе студентов по курсу “Высшая математика”(теория вероятностей и математическая статистика)/ Луценко Л.И, Королев Е.А, ВовкЛ.П. - 1995. -33 с.